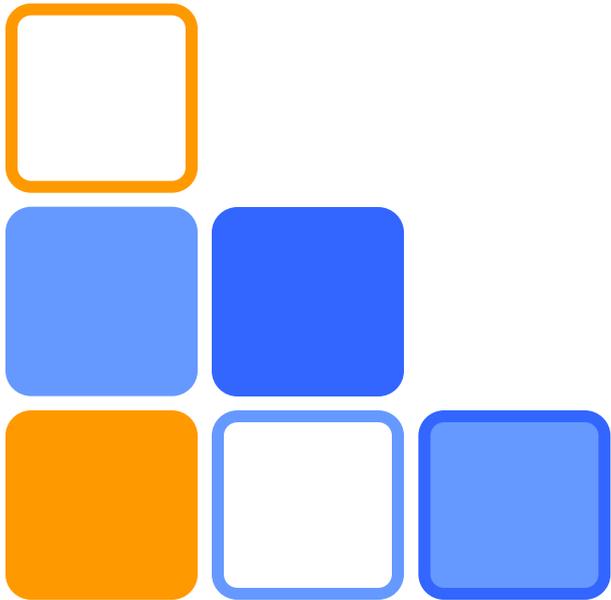


薬学情報処理演習 第7回

神経興奮のモデル パルス伝搬のシミュレーション

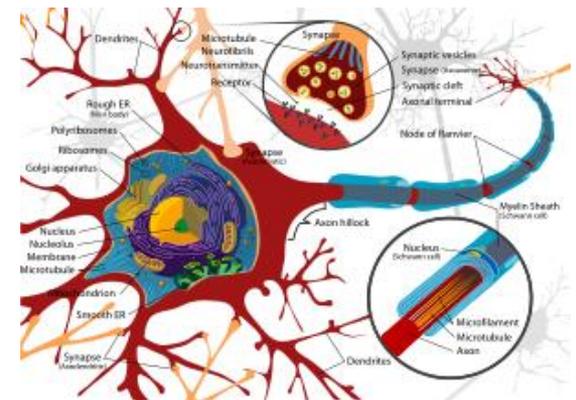


奥菌 透

コロイド・高分子物性学

神経興奮の数理モデル

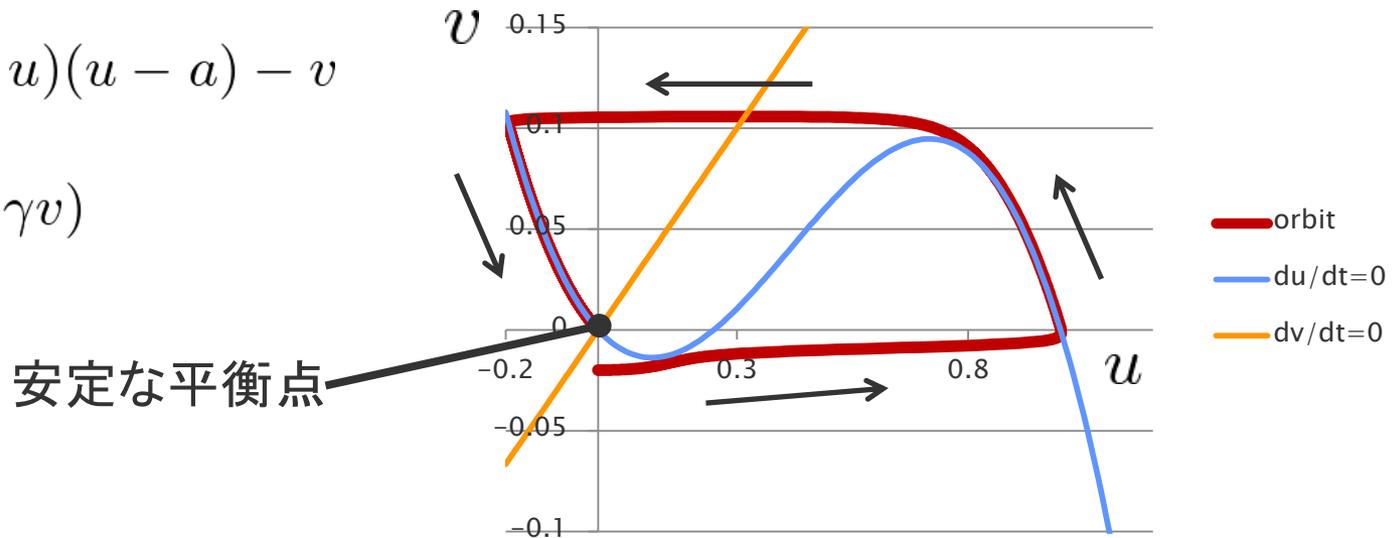
- 単純な構造の神経軸索での実験的研究(背景)
 - ヤリイカの巨大神経軸索
- Hodgkin-Huxley equations (1952)
 - 膜電位と電流、チャネル、ゲートのダイナミクス
 - 4変数の常微分方程式
- FitzHugh-Nagumo (BonHoeffer-van der Pol) model
 - 2変数の常微分方程式
- 反応拡散型(興奮系)のモデル
 - パルスの伝搬
 - BZ反応の同心円パターンのダイナミクス



興奮性のモデル

- 小さな刺激に対して安定な静止状態がある。
- 閾値より大きな刺激を与えると、大きな応答を示した後、静止状態へ戻る。

$$\frac{du}{dt} = u(1-u)(u-a) - v$$
$$\frac{dv}{dt} = \epsilon(u - \gamma v)$$

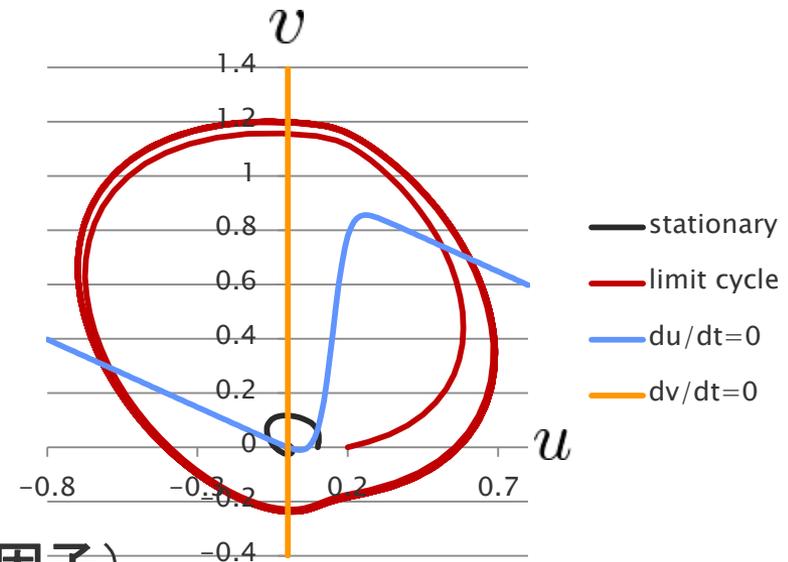


興奮性を示す軌道図

パルス伝搬のモデル方程式(1次元)

□ BVP型の方程式

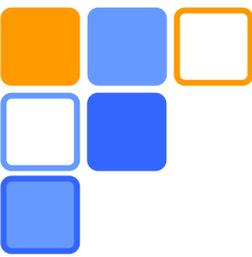
$$\tau \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(u) - v$$
$$\frac{\partial v}{\partial t} = D \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + u - \gamma v$$



- 変数 u : 膜電位に対応 (活性因子)
- 変数 v : Kチャンネル活性化ゲートの割合に対応 (抑制因子)
- 関数 $f(u)$: 静止状態と振動状態の二様解がある

$$f(u) = \frac{1}{2} \left[\tanh \left(\frac{u-a}{\delta} \right) + \tanh \left(\frac{a}{\delta} \right) \right] - u$$

- パラメータ: $\tau, D, \gamma, a, \delta$



数値スキーム

- 単純な陽的差分でやってみる。

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \left(\frac{u_{i-1}^n - 2u_i^n + u_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} + f(u_i^n) - v_i^n \right) \frac{\Delta t}{\tau}$$

$$v_i^{n+1} = v_i^n + \left(D \frac{v_{i-1}^n - 2v_i^n + v_{i+1}^n}{(\Delta x)^2} + u_i^n - \gamma v_i^n \right) \Delta t$$

- 初期条件: いろいろ試してみる。
- 境界条件: ノイマン条件
- パラメータ: いろいろ試してみる。

(参考) $\tau = 0.2$, $D = 0$, $a = 0.15$, $\delta = 0.05$
 $\Delta t = 0.01$, $\Delta x = 1$

演習課題

- $0 < x < 60, 0 < t < 10$ くらいの範囲でモデル方程式を解く。
- いくつかの時刻で u, v を x に対してプロットする。
- パラメータを変えて、解の挙動の変化(パルスが伝搬する、しないなど)を調べる。

